

## Задачи

1. Для выпуска деталей двух секретных изделий "Ромашка" и "Одуванчик" на заводе используют сырье четырех видов (I, II, III, IV). Для изготовления изделия "Ромашка" необходимо: 2 ед. сырья первого вида, 1 ед. второго вида, 2 ед. третьего вида и 1 ед. четвертого вида. Для изготовления изделия "Одуванчик" требуется: 4 ед. сырья первого вида, 1 ед. второго вида, 1 ед. третьего вида. Запасы сырья составляют: I вида – 25 ед., II вида – 9 ед., III вида – 12 ед., IV вида – 6 ед. Выпуск одного изделия типа "Ромашка" приносит 35 УДЕ прибыли, а одного изделия типа "Одуванчик" – 25 УДЕ. Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль.
2. На четырех станках (токарный, фрезерный, расточной, шлифовальный) обрабатываются два вида деталей (А и В). Каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известны время обработки деталей на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль, полученная от выпуска одной детали. Данные приведены в таблице:

| Станки                      | Время обработки<br>детали, ч. |   | Время работы<br>станка<br><br>(цикл пр-ва), ч. |
|-----------------------------|-------------------------------|---|--|
|                             | А                             | В |  |
| токарный                    | 1                             | 2 | 16   |
| фрезерный                   | 2                             | 3 | 26   |
| расточной                   | 1                             | 1 | 10   |
| шлифовальный                | 3                             | 1 | 24   |
| Прибыль от 1 детали,<br>УДЕ | 4                             | 1 |  |

Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль при условии, что количество деталей вида В не должно быть меньше количества деталей вида А

3. Для изготовления двух видов продукции  $P_1$  и  $P_2$  используют четыре вида ресурсов  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4$ . Запасы ресурсов, число единиц ресурсов, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, приведены в таблице:

| Вид ресурса | Запас ресурса | Число ед. ресурсов, затрачиваемых на изготовление ед. продукции |       |
|-------------|---------------|---|-------|
|             |               | $P_1$   | $P_2$ |
| $S_1$       | 18            | 1   | 3     |
| $S_2$       | 16            | 2   | 1     |
| $S_3$       | 5             | –   | 1     |
| $S_4$       | 21            | 3   | –     |

Прибыль, получаемая от единицы продукции  $P_1$  и  $P_2$ , – соответственно 20 и 30 гондурасских лемпир. Найти оптимальный план производства.

4. На приобретение оборудования для нового производственного участка общей площадью 375 м<sup>2</sup> предприятие обладает необходимым количеством денежных средств. Предприятие может заказать оборудование двух видов: машины первого типа стоимостью 10000 грн., требующие производительную площадь 6 м<sup>2</sup>(с учетом проходов), производящие 4000 единиц продукции за смену, и машины второго типа стоимостью 20000 руб., занимающие 10 м<sup>2</sup>площади, производящие 5000 единиц продукции за смену. Общая производительность данного производственного участка должна быть не менее 221000 единиц продукции за смену. Построить модель задачи при условии, что оптимальным для предприятия вариантом приобретения оборудования считается тот, который обеспечивает наименьшие общие затраты.

5. Фермер планирует произвести не менее 120 тонн пшеницы, 70 тонн кукурузы и 15 тонн гречихи. Для этого можно использовать два массива сельскохозяйственных угодий в 1000 и 800 га. В таблице приведены урожайность каждой культуры на различных участках (верхний показатель) и затраты на 1 га сельскохозяйственных угодий при производстве различных культур (нижний показатель). Требуется составить такой план засева, чтобы валовой сбор зерна удовлетворял плановому заданию, а стоимость затрат была наименьшей.

| Поле              | Размер поля | Культуры |          |         |
|-------------------|-------------|----------|----------|---------|
|                   |             | пшеница  | кукуруза | гречиха |
| I                 | 1000        | 10       | 20       | 6       |
|                   |             | 7        | 10       | 15      |
| II                | 800         | 12       | 24       | 5       |
|                   |             | 8        | 12       | 20      |
| План по культурам |             | 120      | 70       | 15      |

6. Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя для этого телевидение, радио и газеты. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой 8000 руб. в месяц. Опыт прошлых лет показал, что 1 руб., потраченная на телерекламу, дает фирме прибыль в размере 10 руб., а потраченная на рекламу по радио и в газетах – соответственно 4 и 8 руб. Фирма намерена затратить на теле- и радиорекламу не более 70% рекламного бюджета, а затраты на газетную рекламу не должны больше чем вдвое превышать затраты на радиорекламу. Определить такой вариант распределения рекламного бюджета по разным

направлениям рекламы, который дает фирме наибольшую прибыль от рекламы своей продукции.

7. Продукция фабрики выпускается в виде бумажных рулонов стандартной ширины – 2 м. По специальным просьбам потребителей фабрика поставляет также рулоны других размеров, разрезая стандартные рулоны. Типичные заявки на рулоны нестандартных размеров приведены в таблице:

| Заявка | Нужная ширина<br>рулона, м | Нужное кол-во<br>рулонов |
|--------|----------------------------|--------------------------|
| 1      | 0,8                        | 150                      |
| 2      | 1,0                        | 200                      |
| 3      | 1,2                        | 300                      |

Определить оптимальный вариант раскроя стандартных рулонов, при котором все поступающие специальные заявки будут выполнены при минимальных затратах бумаги.

8. Для выпуска деталей трех изделий "Ромашка", "Одуванчик" и "Василек" на заводе используют сырье четырех видов (I, II, III). Для изготовления изделия "Ромашка" необходимо: 3 ед. сырья первого вида, 2 ед. второго вида, 2 ед. третьего вида. Для изготовления изделия "Одуванчик" требуется: 4 ед. сырья первого вида, 2 ед. второго вида, 1 ед. третьего вида. Для изготовления изделия "Василек" требуется: 4 ед. сырья первого вида, 2 ед. второго вида, 10 ед. третьего вида. Запасы сырья составляют: I вида – 250 ед., II вида – 90 ед., III вида – 120 ед.. Выпуск одного изделия типа "Ромашка" приносит 35 УЕ прибыли, а одного изделия типа "Ромашка" – 25 УЕ, а одного изделия типа "Василек" - 30 УЕ прибыли. Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль, при условии, что нужно выпустить не менее одного изделия каждого наименования.
9. Фирма изготавливает два вида красок для наружных и внутренних работ. Для их производства используют исходные

продукты: пигмент и олифу. Суточные запасы их составляют 6 и 12 т, на производство единица краски для наружных работ уходит две тонны пигмента и три тонны оливы, а на производство краски для внутренних работ одна и три тонны соответственно. Прибыль от продажи первой краски составляет 2 тыс. рублей на тонну, а второй 3 тыс. руб. на тонну. Изучение рынка сбыта показало, что спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает 4т. в сутки. Цена продажи 1т. краски для наружных работ – 2 ден.ед., для внутренних работ – 3 ден.ед. Определить какое количество краски каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

10. Цех может производить стулья и столы. На производство стула идет 5 единиц материала, на производство стола - 20 единиц (футов красного дерева). Стул требует 10 человеко-часов, стол - 15. Имеется 400 единиц материала и 450 человеко-часов. Прибыль при производстве стула - 45 долларов США, при производстве стола - 80 долларов США. Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?

11. Необходимо составить самый дешевый рацион питания цыплят, содержащий необходимое количество определенных питательных веществ (для простоты, тиамин  $T$  и ниацин  $N$ ). Пищевая ценность рациона (в калориях) должна быть не менее заданной. Пусть для простоты смесь для цыплят изготавливается из двух продуктов -  $K$  и  $C$ . Известно содержание тиамина и ниацина в этих продуктах, а также питательная ценность  $K$  и  $C$  (в калориях).

|                                   | Содержание<br>в 1 унции $K$ | Содержание<br>в 1 унции $C$ | Потребность |
|-----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------|
| Вещество $T$                      | 0,10 мг                     | 0,25 мг                     | 1,00 мг     |
| Вещество $N$                      | 1,00 мг                     | 0,25 мг                     | 5,00 мг     |
| Калории                           | 110,00                      | 120,00                      | 400,00      |
| Стоимость<br>1 унции, в<br>центах | 3,8                         | 4,2                         |             |

Сколько  $K$  и  $C$  надо взять для одной порции куриного корма, чтобы цыплята получили необходимую им дозу веществ  $H$  и  $T$  и калорий (или больше), а стоимость порции была минимальна?

12. Предприятие может выпускать автоматические кухни (вид кастрюль), кофеварки и самовары. В таблице приведены данные о производственных мощностях, имеющихся на предприятии (в штуках изделий).

|  | Кухни | Кофеварки | Самовары |
|--|-------|-----------|----------|
| Штамповка                                | 20000 | 30000     | 12000    |
| Отделка                                  | 30000 | 10000     | 10000    |
| Сборка                                   | 20000 | 12000     | 8000     |
| Объем выпуска                            | $X_1$ | $X_2$     | $X_3$    |
| Удельная<br>прибыль (на одно<br>изделие) | 15    | 12        | 14       |

При этом штамповка и отделка проводятся на одном и том же оборудовании. Оно позволяет штамповать за заданное время или 20000 кухонь, либо 30000 кофеварок, либо и то, и другое, не в меньшем количестве. А вот сборка проводится на отдельных участках. Составить оптимальный производственный план.

13. Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя для этого телевидение, радио и газеты. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой 12000 руб. в месяц. Опыт прошлых лет показал, что 1 руб., потраченная на телерекламу, дает фирме прибыль в размере 15 руб., а потраченная на рекламу по радио и в газетах – соответственно 7 и 9 руб. Фирма намерена затратить на теле- и радиорекламу не более 70% рекламного бюджета, а затраты на газетную рекламу не должны больше чем вдвое превышать затраты на радиорекламу. Определить такой вариант распределения рекламного бюджета по разным

направлениям рекламы, который дает фирме наибольшую прибыль от рекламы своей продукции.

14. Завод может изготавливать стулья и столы. На производство стула идет 15 единиц материала, на производство стола - 20 единиц (футов красного дерева). Стул требует 11 человеко-часов, стол - 25. Имеется 800 единиц материала и 900 человеко-часов. Прибыль при производстве стула - 50 долларов США, при производстве стола - 60 долларов США. Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?
15. Предприятие изготавливает два вида грунтовок для наружных и внутренних работ. Для их производства используют исходные продукты: пигмент и олифу. Суточные запасы их составляют 5 и 10 т, на производство единица краски для наружных работ уходит две тонны пигмента и три тонны оливы, а на производство краски для внутренних работ одна и три тонны соответственно. Прибыль от продажи первой краски составляет 2 тыс. рублей на тонну, а второй 3 тыс. руб. на тонну. Изучение рынка сбыта показало, что спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает 14т. в сутки, при этом требуется выпускать не менее 1 тонны краски каждого вида. Цена продажи 1т. краски для наружных работ – 3 ден.ед., для внутренних работ – 5 ден.ед. Определить какое количество краски каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.
16. Фермер планирует произвести не менее 120 тонн пшеницы, 70 тонн кукурузы и 15 тонн гречихи. Для этого можно использовать два массива сельскохозяйственных угодий в 2000 и 1600 га. В таблице приведены урожайность каждой культуры на различных участках (верхний показатель) и затраты на 1 га сельскохозяйственных угодий при производстве различных культур (нижний показатель). Требуется составить такой план засева, чтобы валовой сбор зерна удовлетворял плановому заданию, а стоимость затрат была наименьшей.

| Поле | Размер поля | Культуры |          |         |
|------|-------------|----------|----------|---------|
|      |             | пшеница  | кукуруза | гречиха |
|      |             |          |          |         |

|                   |      |     |    |    |
|-------------------|------|-----|----|----|
| I                 | 1000 | 10  | 20 | 6  |
|                   |      | 7   | 10 | 15 |
|                   |      | 12  | 24 | 5  |
| II                | 800  | 8   | 12 | 20 |
|                   |      | 120 | 70 | 15 |
| План по культурам |      |     |    |    |

17. Для изготовления двух видов продукции  $P_1$  и  $P_2$  используют три вида сырья:  $S_1, S_2, S_3$ . Запасы сырья, количество единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, а так же величина прибыли, получаемая от реализации единицы продукции, приведены в таблице

| Вид сырья | Запас сырья | Количество единиц сырья, идущих на изготовление единицы продукции |       |
|-----------|-------------|---|-------|
|           |             | $P_1$   | $P_2$ |
| $S_1$     | 20          | 2   | 5     |
| $S_2$     | 40          | 8   | 5     |



|                                       |    |    |    |
|---------------------------------------|----|----|----|
| $S_3$                                 | 30 | 5  | 6  |
| Прибыль от единицы продукции,<br>руб. |    | 50 | 40 |

Необходимо составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальную прибыль.

18. При откорме каждое животное ежедневно должно получать не менее 9 ед. питательного вещества  $S_1$ , не менее 8 ед. вещества  $S_2$  и не менее 12 ед. вещества  $S_3$ . Для составления рациона используют два вида корма. Содержание количества единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и стоимость 1 кг корма приведены в таблице.

| Питательные вещества       | Количество единиц<br>питательных веществ<br>в 1 кг корма. |        |
|----------------------------|---|--------|
|                            | Корм 1  | Корм 2 |
| $S_1$                      | 3   | 1      |
| $S_2$                      | 1   | 2      |
| $S_3$                      | 1   | 6      |
| Стоимость 1 кг корма, коп. | 4   | 6      |

Необходимо составить дневной рацион нужной питательности, причем затраты на него должны быть минимальными.

19. На птицеферме употребляются два вида кормов - I и II. В единице массы корма I содержатся единица вещества А, единица вещества В и единица вещества С. В единице массы корма II содержатся четыре единицы вещества А, две единицы вещества В и не содержится вещество С. В дневной рацион каждой птицы надо включить не менее единицы вещества А, не менее четырех единиц вещества В и не менее единицы вещества С. Цена единицы массы корма I составляет 3 рубля, корма II - 2 рубля. Составьте ежедневный рацион кормления птицы так, чтобы обеспечить наиболее дешевый рацион.
20. Бройлерное хозяйство птицеводческой фермы насчитывает 20 000 цыплят, которые выращиваются до 8-недельного возраста и после соответствующей обработки поступают в продажу. Недельный расход корма в среднем (за 8 недель) составляет 500г = 0.5 кг. Для того, чтобы цыплята достигли к 8-й неделе необходимого веса, кормовой рацион должен удовлетворять определенным требованиям по питательности. Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов, или ингредиентов. В таблице приведены данные, характеризующие содержание (по весу) питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента. Смесь должна содержать:
- не менее 0.8% кальция (от общего веса смеси)
  - не менее 22% белка (от общего веса смеси)
  - не более 5% клетчатки (от общего веса смеси)

Требуется определить количество (в кг) каждого из трёх ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и её питательности.

| Ингредиент | Содержание питательных веществ<br>(кг/ингредиента) |       |           | Стоимость<br>(руб./кг) |
|------------|--|-------|-----------|------------------------|
|            | Кальций  | Белок | Клетчатка |                        |
|            |  |       |           |                        |

|             |       |      |      |      |
|-------------|-------|------|------|------|
| Известняк   | 0.38  | -    | -    | 0.04 |
| Зерно       | 0.001 | 0.09 | 0.02 | 0.15 |
| Соевые бобы | 0.002 | 0.5  | 0.08 | 0.40 |